

新型コロナウイルス感染者数推移の予測（中村モデル）補足資料

2020-05-04

シムサーキット有限会社 森下

自然現象は、基本的に変化します。その変化を数式で表すには、微分方程式が必要です。
この方程式を求めたい変数について解いたものが、Simulation（シミュレーション）の基本式となります。

感染者数 N の日々の変化は、式(1)のような簡単な微分方程式で表すことができる。

$$\frac{dN}{dt} = kN - k'N = N(k - k') \text{ ----- (1)}$$

ただし

N (人) : 市中の感染者数 (感染から陽性判明の間に他人に感染させえる感染者の数)

t (日) : 基準日からの経過日数

k (1/日) : 感染者 1 人が陽性判明までの間に平均して 1 日に感染させる人数。感染率。または、ある感染者が他者一人に感染させるのに掛かる日数の逆数。

k' (1/日) : 感染者が市中から病院に收容されることによる、市中感染者の減少率。または、感染から陽性判明までの期間 τ 日の逆数 ($k' = 1/\tau$)。 $\tau=10$ と仮定し、 $k' = 0.1$ とする。

微分方程式(1)を解く

$$\begin{aligned} dN &= N(k - k') dt \\ \frac{1}{N} dN &= (k - k') dt \\ \int_{N_0}^N \frac{1}{N} dN &= (k - k') \int_0^t dt \text{ ----- (2)} \end{aligned}$$

ここで N_0 は、初期値であり、解析開始日時点 (基準日) の感染者数 (治った人数は含まない。累積ではない)。

$$\begin{aligned} \ln(N) - \ln(N_0) &= (k - k')t \\ \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) &= (k - k')t \\ \frac{N}{N_0} &= e^{(k - k')t} \\ N &= N_0 e^{(k - k')t} \text{ ----- (3)} \end{aligned}$$

(考察)

k と k' が分かりにくい場合は、以下のように考えても良いと思います。 実行再生産数 R_t を使った場合がもっとも理解しやすいように感じます。

○ 実行再生産数 R_t : 感染者がすでに存在するかもしれない集団内で、1 人の感染者が何人に感染を広げる可能性があるか。

基本再生産数 R_0 ：感染者がまったく存在しない集団内で、1人の感染者が何人に感染を広げる可能性があるか。

現状は、実行再生産数を考えた方が実体に合っていると思います。

- ・感染者1人が1日（単位時間）当り平均 β 人と感染を生み出す接触をすると仮定する。
- ・感染性期間（感染から陽性判明までの期間）が平均 τ 日であると仮定する。

このとき実行再生産数 R_t は、以下の式で表される。

$$R_t = \beta\tau \quad \text{----- (4)}$$

この R_t を(1)式に当てはめると、現象を表す式は以下のようになる。

$$\tau \frac{dN}{dt} = R_t - 1 \quad \text{----- (1)'}$$

(1)' 式を解いて

$$N = N_0 e^{\frac{1}{\tau}(R_t - 1)t} \quad \text{----- (3)'}$$

ここで前記のように $\tau = 10$ （日）と仮定する。

○ 或いは、(3)式に $k = 1/\tau$ と $k' = 1/\tau'$ を代入して、パラメータを τ 、 τ' としても良いと思う。

$$N = N_0 e^{(1/\tau - 1/\tau')t} \quad \text{----- (3)''}$$

この場合

τ （日）：ある感染者が別の人一人に感染させるのにかかる平均日数。日数が少ないほど感染率が高いことを意味する。（一定の日数で治癒することは考慮しないこととする。）

τ' （日）：ある感染者が感染から陽性判明までかかる平均日数。日数が少ないほど感染率を下げることを意味する。